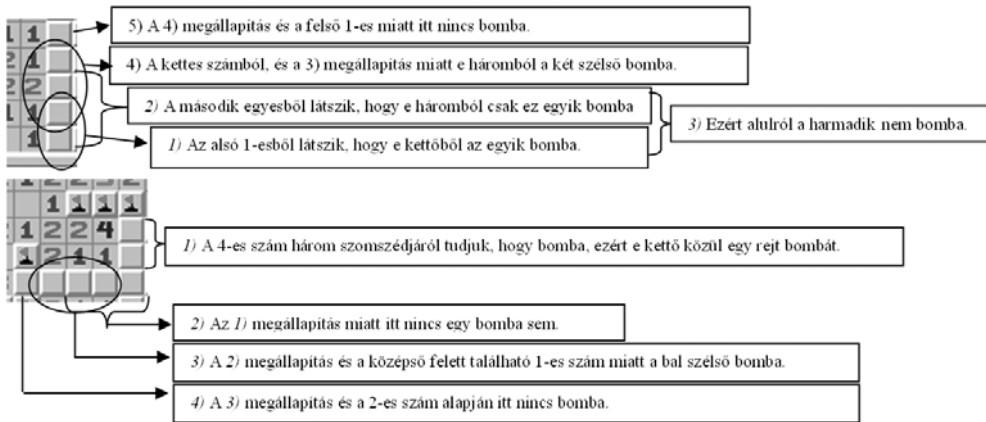


## 5. Matematika

### 5.1. Aknakereső a matematikai logika és kombinatorika oktatásához

Az Aknakereső játékot szinte mindenki ismeri, de kevesen ismerik pontosan a játék lehetőségeit. Kezdő játékosok egy-egy négyzetben található szám alapján próbálnak meg következtetni a környezet állapotára, így kevés sikert érnek el. Az élvezetes játékhoz az kell, hogy a játékos egyszerre több információból vonja le a következtetést.

Az alábbi két ábrán figyeljük meg a megállapításokat és az ebből levonható következtetést:



A játék során az lesz a gyorsabb, aki több összefüggést ismer fel. Az összefüggések megfogalmazása során tisztázhatjuk a „szükséges” és „elégéses” fogalmát. Számos valószínűség-számítási feladat adható a játék alapján. A játék jól használható hosszabb szünetek utáni első órán, illetve szünetet megelőző órán, 100. tanórán, de egy-egy képernyőkép akár dolgozatba is betehető.

### 5.2. Szöveges feladat megoldása grafikusán, táblázatkezelőben (járművek találkozása...)

**Egy mintafeladat:** Egy kutya 80 m távolságban meglát egy nyulat, és elkezd üldözni. A két állat egyszerre kezd futni a kutyát a nyúllal összekötő egyenes mentén. A nyúl 10-et, a kutya 9-et ugrik másodpercenként. Mennyi idő alatt éri utol a kutya a nyulat, ha a kutyaugrás 1 m hosszú, a nyúlugrás pedig csak 80 cm?

A megoldást ábrázold táblázatkezelőben, út-idő diagramon! Próbáld általános megoldást adni: kezdeti távolság és másodpercenkénti ugrásszám, illetve adott hosszúságú ugrások esetén paraméteresen felírt megoldásra is készíts diagramot!

**Használható szoftver:**

**Táblázatkezelésre:** Excel (a Tisztaszoftver programban díjmentesen elérhető Microsoft Office része, amelyhez a <http://www.tisztaszoftver.hu> oldalról lehet hozzájutni)

### 5.3. Rajzolóval „szerkesztés”

Az Office tartalmaz egy beépített rajzoló készletet, melyet Wordben, PowerPointban és Excelben is használhatunk. E rajzoló eszköztár vektorgrafikus elvű, így az egyes elemekre elvégezhető a tanult transzformációk: tengelyes tükrözés, eltolás, forgatás, középpontos tükrözés, középpontos tükrözés és hasonlósági transzformáció, merőleges affinitás. Az alakzatok megrajzolásakor kihasználhatjuk egy alakzat szabályosságát, illetve középpontos szimmetriáját. Ezek ismeretében egyszerű szerkesztési feladatok számítógépes bemutatása jó eszköz arra, hogy a diák használja a tanult ismereteket, gyakorlatban tapasztalja meg felhasználási területeit.

*Feladatötletek:*

- Rajzolj KRESZ táblát (például Zsákutca, Főútvonal, Megállni tilos)!
- Rajzold (szerkeszd) meg egy háromszög magasságvonalait! A rajz olyan pontos legyen, hogy 200%-os nézetben is egy ponton menjen át a három magasságvonal!

### 5.4. Függvény-transzformáció animációval

Ábrázold Pont (XY) diagramon a tanórán tanult függvényt! A függvényt paraméteresen add meg (pl.:  $y = a(x - u)^2 + v$  alakban), ahol körülbelül húsz (x; y) értékpárt vesz fel, és a paramétereket hivatkozással add meg! A diagram függőleges tengelyén rögzítsd az értékhatárokat, és figyeld meg, a paraméter módosítása hogyan hat a függvény képére!

Az egyes paraméterek gyors egységenkénti változtatásához szűrj be az **Űrlap** eszköztárról görgetősávot!

**Használható szoftver:**

**Táblázat, illetve diagramm készítésére:** *Excel (a Tisztaszoftver programban díjmentesen elérhető Microsoft Office része, amelyhez a <http://www.tisztaszoftver.hu> oldalról lehet hozzájutni)*

### 5.5. Algebrai kifejezések értelmezése - egyenletszerkesztő

Készítsd el egy algebrai kifejezés lépésenkénti egyszerűsítését egyenletszerkesztővel! A megoldás során írd le, melyik szabályt alkalmazod. Az egyes lépéseket az előző lépés másolásával és módosításával oldd meg! (Ezzel tudatosíthatjuk az alkalmazott matematikai műveletet, és elkerüljük a másolási hibákat, és részben az elírást.)

*Például:*

$$\frac{ax + ay}{x^2 - 2xy + y^2} \cdot \frac{2x - 2y}{ax^2 + 2axy + ay^2}$$

## 5.6. Szögfüggvények tanulmányozása számítógéppel

**Forrás:** [www.jos.hu/Konyv/IFGY2/Igy.htm](http://www.jos.hu/Konyv/IFGY2/Igy.htm)

A következő táblázatban a szögfüggvényeket tanulmányozhatjuk. A táblázatban a fok adatokat mi adjuk meg, a sorok számát pedig egészítsük ki úgy, hogy az egy teljes körnek feleljen meg!

- A szögfüggvények értékeit képlettel határozzuk meg! A képletek megalkotásánál csak a **SIN()** és **COS()** függvényeket használjuk, illetve ne használjuk az Excel saját fok-radián átváltó függvényét!
- Készítsünk két pontdiagramot a **fok**, **tg**, **ctg** értékek felhasználásával! A diagram egyszer készüljön úgy, hogy kettő pont méretű jelölők rajzolják ki a függvényt, másodszor pedig válasszunk olyan típust, ahol jelölők nélküli, de összekötött adatpontok ábrázolják az eredményt! Mindkét diagramon az y tengely maximuma és minimuma 10 illetve -10 legyen, az x tengely maximuma  $360^\circ$ -nál legyen, és ne legyenek rácsvonalak!
- Bővítsük a táblázatot egy újabb oszloppal, amiben a  $\sin^3x + \cos^3x$  értéket láthatjuk! Készítsünk grafikont erről az adatsorról is!

| <i>fok</i> | <i>radián</i> | <i>sin</i> | <i>cos</i> | <i>tg</i> | <i>ctg</i>  |
|------------|---------------|------------|------------|-----------|-------------|
| 0          | 0,000000      | 0,000000   | 1,000000   | 0,000000  |             |
| 1          | 0,017453      | 0,017452   | 0,999848   | 0,017455  | 57,28996163 |
| 2          | 0,034907      | 0,034899   | 0,999391   | 0,034921  | 28,63625328 |
| 3          | 0,052360      | 0,052336   | 0,998630   | 0,052408  | 19,08113669 |
| 4          | 0,069813      | 0,069756   | 0,997564   | 0,069927  | 14,30066626 |
| 5          | 0,087266      | 0,087156   | 0,996195   | 0,087489  | 11,4300523  |
| ⋮          | ⋮             | ⋮          | ⋮          | ⋮         | ⋮           |

**Használható szoftver:**

**Táblázatkészítésre:** Excel (a Tisztaszoftver programban ingyenes Microsoft Office része, amelyhez [www.tisztaszoftver.hu](http://www.tisztaszoftver.hu) oldalról lehet hozzájutni)

## 5.7. Lottó

A Szerencsejáték Rt. honlapján megtalálhatók a kihúzott lottószámok sok évre visszamenőleg Excel formátumban. A képletek gyakorlására, és a valószínűségszámítás gyakorlati „ki-próbálására” állapítsd meg az előfordulási valószínűségeket, és vedd össze a „nagy számok törvényével”: megfelele-e az egyes számok előfordulási valószínűsége a számított  $1/90$ -nek.

**Használható szoftver:**

**Táblázatkészítésre:** Excel (a Tisztaszoftver programban díjmentesen elérhető Microsoft Office része, amelyhez a <http://www.tisztaszoftver.hu> oldalról lehet hozzájutni)

## 5.8. Geometria tételek bizonyítása prezentációban

Készíts egy-egy geometriai tétel bizonyításához szemléletes prezentációt! A megoldás során ügyelj arra, hogy az állítástól haladj a következtetés felé, részletesen ird ki és jelenítsd meg a használt összefüggéseket! Akkor jó a feladat megoldása, ha szinte szöveg nélkül (matematikai jelölésekkel), mintegy némafilm mutatja be a bizonyítást. (Helytelen megoldás esetén kimutatható, hogy a készítő nem tudja, mit jelent „bebizonyítani” egy állítást, vagy jól beazonosítható, hogy a készítő melyik résszel nincs tisztában.)

*Például:* Szögfelező tétel, Háromszög köré írt kör tétele, Magasságvonalak metszéspontjáról szóló tétel, Kerületi és középponti szögek tétele.

**Használható szoftver:**

**Prezentáció elkészítésére:** *PowerPoint (a Tisztaszoftver programban díjmentesen elérhető Microsoft Office része, amelyhez a <http://www.tisztaszoftver.hu> oldalról lehet hozzájutni)*

## 5.9. Képletek általános használata

### *(derékszögű háromszög adatainak kiszámítása)*

Készíts Excelben számolótáblát, melyben egy derékszögű háromszög három oldalhosszából és két (nem  $90^\circ$ -os) szögéből bármely két független adatot megadva, megkapjuk a hiányzó adatokat! A megoldás során egy-egy képletben csak a megadott adatokra hivatkozz! (A megoldás öt részfeladatból áll, ha nem különböztetjük meg a befogókat: két befogó, egy befogó és átfogó, befogó és rajta fekvő szög, befogó és szemközti szög, átfogó és az egyik szög.)

A feladatot általánosíthatjuk a szinusz-tétel és koszinusz-tétel ismeretében.

**Használható szoftver:**

**Táblázatkészítésre:** *Excel (a Tisztaszoftver programban díjmentesen elérhető Microsoft Office része, amelyhez a <http://www.tisztaszoftver.hu> oldalról lehet hozzájutni)*

## 5.10. Iskolai büféhez költségvetés készítése

Egy iskolai rendezvény büféjéhez kell költségvetést készíteni. A kenyér, felvágott, sajt, uborka vásárolható egysége nagyobb, mint amennyi egy-egy szendvicshöz kell (például egy csomag szeletelt kenyérben 25 szelet kenyér található, lapkasajt csomagjában 10 szelet sajt van). Készíts kalkulációt arról, hogy adott számú (például 500 db) szendvics elkészítéséhez miből, mennyit kell vásárolni! A szendvicsek között legyen sajtos, felvágottas és „extra”, azaz felvágottas-sajtos is, és a lehető legkevesebb maradék maradjon!

Adjon ajánlatot az egyes szendvicsek árára!

(A legjobb megoldás kereséséhez használhat diagramot vagy solver programot.)

**Használható szoftver:**

**Táblázat, illetve diagram készítésére:** *Excel (a Tisztaszoftver programban díjmentesen elérhető Microsoft Office része, amelyhez a <http://www.tisztaszoftver.hu> oldalról lehet hozzájutni)*

### 5.11. A valószínűségszámítás – átlag, szórás és eloszlás vizsgálata a vél() függvény segítségével

Egy középkori szerencsejátékban 4 dobókockával dobtak. A játékos megduplázhatta a pénzét, ha a dobott összeg 9-nél kisebb vagy 19-nél nagyobb lett, de elveszítette, ha [9; 19] közötti érték jött ki. Készíts véletlenszám-függvény felhasználásával Excel-táblát, melyben 100 dobás alapján figyeld, hogy mekkora esély van a nyerésre. Végezz számításokat, és készíts diagramot az egyes összegek adott pillanatban tapasztalt előfordulási számáról!

**Használható szoftver:**

**Táblázatkészítésre:** Excel (a Tisztaszoftver programban díjmentesen elérhető Microsoft Office része, amelyhez a <http://www.tisztaszoftver.hu> oldalról lehet hozzájutni)

### 5.12. Teljes indukció vizsgálata – rekurzív és explicit képletek összehasonlítása

Határozza meg az első  $n$  természetes szám összegét rekurzív képlettel – az előző összeghez hozzáadva az  $n$ . tagot:  $S_n = S_{n-1} + n$ , illetve a tanult képlet alapján:  $S_n = \frac{n(n+1)}{2}$

### 5.13. Prímszám

Keressünk minél nagyobb prímszámot 2-3 fős csoportokban. (verseny) 3 fajta csoport van.

- Papíron, számológéppel próbálj minél nagyobb prímet keresni. (Arisztotelészi szita elvével)
- Írj programot a prímszám keresésre számítógépen, tetszőleges programozási nyelven
- Interneten keress olyan oldalt, ahol le vannak írva a nagy prímszámok (hivatkozást is elmenti)

A végén hasonlítsátok össze a csoportok munkáját, eredményét? Miért volt lassú/gyors a módszer? Mennyire megbízható az eredmény?

### 5.14. Alapműveletek

A kicsik változatos előélettel kerülnek az iskolába. Van aki már olvas és számol, de van aki még csak most ismerkedik ezekkel a tudományokkal. Könnyen és gyorsan állíthatunk össze a tudásszintnek megfelelő feladatlapokat a gyakorláshoz, a linken (<http://www.msiskola.jedlik.hu/iok/zip/InnovativAlsomatek.rar>) található Excel tábla segítségével (**alsomatek.xls** makrókat tartalmaz). Órán, napköziben másodpercek alatt készíthetünk változatos feladatlapokat.

**Használható szoftver:**

**Feladatlapok megtekintésére:** Excel (a Tisztaszoftver programban díjmentesen elérhető Microsoft Office része, amelyhez a <http://www.tisztaszoftver.hu> oldalról lehet hozzájutni)

### 5.15. Függvények ábrázolása

Az automatikus feltöltés funkcióval és a képletmásolással elkészítettük az értéktáblázatot és a diagramvarázsló segítségével elkészítettük a függvény képét és megvizsgáltuk a függvényt.

Tapasztalatok:

- A diákok nagyon élvezték a dolgot.
- A függvényábrázolást és vizsgálatot nagyon felgyorsította és érhetővé tette.

**Használható szoftver:**

**Táblázat, illetve diagramm készítésére:** *Excel (a Tisztaszoftver programban díjmentesen elérhető Microsoft Office része, amelyhez a <http://www.tisztaszoftver.hu> oldalról lehet hozzájutni)*

### 5.16. Függvények transzformációja

A függvényábrázoló program segítségével az alapfüggvényt és a transzformált függvényeket egyszerre tudjuk ábrázolni.

Tapasztalat:

Könnyen szemléltethető a négyféle függvénytranszformáció.

**Használható szoftver:**

**Függvények rajzolására:** *PowerCalc*

*<http://download.microsoft.com/download/whistler/Install/2/WXP/EN-US/PowerCalcPowertovSetup.exe>*

### 5.17. Részletszámítás

A **RÉSZLET** függvény segítségével kiszámítjuk, hogy mekkora egy törlesztőrészlet adott összeg (pl. 100 Ft) esetén, ha a kamatláb és a futamidő változik. Milyen esetben optimális a kis, illetve nagy futamidő.

Tapasztalat:

Egyszerű, látványos, meglepő.

**Javasolt házi feladat vagy ellenőrző kérdés:** próbáljunk hasonló számításokat végezni a magánnyugdíjpénztárakkal kapcsolatban is!

Továbbfejlesztési lehetőségek: érdemes végiggondolni a járadékproblémát is.

**Használható szoftver:**

**Táblázatkészítésre:** *Excel (a Tisztaszoftver programban díjmentesen elérhető Microsoft Office része, amelyhez a <http://www.tisztaszoftver.hu> oldalról lehet hozzájutni)*

### 5.18. Minilottó készítése

**Forrás:** [www.jos.hu/Konyv/IFGY2/Ifgy.htm](http://www.jos.hu/Konyv/IFGY2/Ifgy.htm)

Készítsük el egy minilottó minta szerinti értékelőtáblázatát!

- A találatok számát képlettel határozzuk meg!
- Rendezzük sorba a táblázat sorait a találatok száma szerint csökkenő sorrendbe! Mit kell tennünk, ha a sorszám a névhez kötődik, és mi a teendő, ha a sorszám csak a sor helyét jelöli?
- A találatok oszlopa mellett újabb oszlopban szövegesen adjuk meg a találatok számát!
- Szűrjük ki a táblázat alá a telitalálatos szelvényeket!
- Határozzuk meg, hogy hány 0, 1, 2, illetve 3 találatos szelvény van!

| nyerőszámok |                | 3       | 9       | 4       |           |
|-------------|----------------|---------|---------|---------|-----------|
|             |                | 1. tipp | 2. tipp | 3. tipp | találatok |
| 1           | Zápor József   | 3       | 2       | 7       | 1         |
| 2           | Fischer Ildikó | 3       | 9       | 4       | 3         |
| 3           | Nagy Zoltán    | 7       | 5       | 7       | 0         |
| 4           | Katona Lajos   | 8       | 2       | 9       | 1         |
| ⋮           | ⋮              | ⋮       | ⋮       | ⋮       | ⋮         |

**Használható szoftver:**

**Táblázatkészítésre:** Excel (a Tisztaszoftver programban ingyenes Microsoft Office része, amelyhez a [www.tisztaszoftver.hu](http://www.tisztaszoftver.hu) oldalról lehet hozzájutni)

### 5.19. Webmatek

A következő weboldalon egy olyan matematikai szoftvert lehet elérni, ami a középiskolái és a felsőbb oktatásban tanuló diákoknak is nagy segítséget nyújthat. Weben keresztül oldhatunk meg egészen bonyolult matematikai feladatokat. A feladatmegoldás közben igen szemléletesen tudjuk megérteni a megoldások algoritmusát.

<http://wmi.math.u-szeged.hu/wmi/math.php?skin=blue>

### **5.20. Euklidész, Bolyai és a tér**

Az általános és középiskolai geometria oktatásunk teljes egészében az euklideszi geometriára épül. Tanítványaink – jobb esetben – hallanak ugyan valamit BOLYAI JÁNOS munkásságáról, azonban a Bolyai-geometria, vagy általában a nem euklideszi geometriák témaköre távoli misztikumnak tűnik a legtöbb gimnazista, sőt még a felsőbb matematikát tanulók jelentős része számára is.

Az alábbi oldal segít jobban megérteni és megismerni a címben megadott témát:

<http://www.jgyvf.u-szeged.hu/tanszek/matematika/Bolyai/>

### **5.21. Függvény analízis**

A függvények értelmezése és ábrázolása mindig fontos része volt a matematika és ezen belül az analízis oktatásnak. Az Ucalc v4.0 program segítségével igen sok hasznos és látványos feladatot tudunk megoldani ebből a témakörből:

<http://server.bessenyei-koll.sulinet.hu/janvarim/mat/szoftamatter/index.htm>